

Rechenregeln für ganze Zahlen

Klammerregel - Plusklammer

Steht ein Pluszeichen (+) vor der Klammer, in der eine Summe oder eine Differenz steht, kann man die Klammern einfach weglassen.

$$+ (a + b - c) = a + b - c$$

Klammerregel - Minusklammer

Steht ein Minuszeichen (-) vor der Klammer, in der eine Summe oder eine Differenz steht, muss man alle Vorzeichen der Termglieder innerhalb der Klammer umdrehen, bevor man die Klammer weglässt.

$$- (a + b - c) = -a - b + c$$

Kommutativgesetz („Vertauschungsgesetz“)

Kommutativgesetz der Addition

Bei einer Addition können wir Summanden beliebig vertauschen, ohne dass sich die Summe verändert.

$$a + b = b + a$$

Beispiel:

$$(-4) + 3 = 3 + (-4)$$

$$(-2) + (-6) = (-6) + (-2)$$

Kommutativgesetz der Multiplikation

Bei einer Multiplikation können wir die Reihenfolge der Faktoren vertauschen, ohne dass sich das Produkt verändert.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Beispiel:

$$(-7) \cdot 2 = 2 \cdot (-7)$$

$$(-4) \cdot (-3) = (-3) \cdot (-4)$$

Assoziativgesetz („Verbindungsgesetz“)

Assoziativgesetz Addition

Es spielt keine Rolle in welcher Reihenfolge die Summanden stehen, also können bei 3 oder mehr Zahlen Klammern beliebig gesetzt oder weggelassen werden.

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Beispiel:

$$3 + (7 + 9) = (3 + 7) + 9$$

$$8 + (6 + (-5)) = (8 + 6) + (-5)$$

Assoziativgesetz Multiplikation

Es spielt keine Rolle in welcher Reihenfolge die Faktoren stehen, also können bei 3 oder mehr Zahlen Klammern beliebig gesetzt oder weggelassen werden.

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Beispiel:

$$4 \cdot (5 \cdot 3) = (4 \cdot 5) \cdot 3$$

$$2 \cdot ((-3) \cdot 10) = (2 \cdot (-3)) \cdot 10$$

Vorteilhaft rechnen - Beispiel:

$$7 + 37 + 15 + 23 + 45$$

$$= 7 + 37 + 23 + 15 + 45$$

$$= 7 + (37 + 23) + (15 + 45)$$

$$= 7 + (60 + 60)$$

$$= 7 + 120 = 127$$

← Kommutativgesetz
Vertauschen →

← Assoziativgesetz
Verbinden →

← Assoziativgesetz
Verbinden →

$$3 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 20 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot (3 \cdot 7) \cdot (20 \cdot 5)$$

$$= (2 \cdot 21) \cdot 100$$

$$= 42 \cdot 100 = 4200$$

Achtung! Weder Kommutativgesetz noch Assoziativgesetz gelten für Subtraktion, Division oder eine Mischung von Rechenarten.

Rechenregeln für ganze Zahlen

Distributivgesetz („Verteilungsgesetz“)

Eine Summe oder Differenz steht in Klammern und wird mit einer Zahl multipliziert. Das Distributivgesetz regelt die Verteilung des Faktors auf die Summe oder Differenz der Produkte: jede Zahl in Klammern wird einzeln mit dem Faktor multipliziert und die Produkte anschließend addiert oder subtrahiert.

Ausmultiplizieren

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Beispiel: $(4 + 9) \cdot 5 = 4 \cdot 5 + 9 \cdot 5$

Beispiel: $(9 - 3) \cdot 6 = 9 \cdot 6 - 3 \cdot 6$



Es geht auch umgekehrt:



Ausklammern (eines gemeinsamen Faktors)

$$a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$$

$$a \cdot c - b \cdot c = (a - b) \cdot c$$

Beispiel: $4 \cdot 5 + 9 \cdot 5 = (4 + 9) \cdot 5$

Beispiel: $9 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = (9 - 3) \cdot 6$

Wir können das Distributivgesetz nutzen, um damit vorteilhaft zu rechnen. In den Klammern können beliebig viele Summanden stehen.

Beispiel:

$$\begin{aligned} &1376 \cdot 8 \\ &= (1000 + 300 + 70 + 6) \cdot 8 \\ &= 1000 \cdot 8 + 300 \cdot 8 + 70 \cdot 8 + 6 \cdot 8 && \leftarrow \text{Distributivgesetz} \\ &= 8000 + 2400 + 560 + 48 && \text{Verteilen} \\ &= (8000 + 2400) + (560 + 48) && \leftarrow \text{Assoziativgesetz} \\ &= 10400 + 608 = 11008 && \text{Verbinden} \end{aligned}$$

Division beim Distributivgesetz („Verteilungsgesetz“)

Das Distributivgesetz gilt auch für die Division: Dividiert man eine Summe durch eine Zahl oder dividiert man die einzelnen Summanden durch diese Zahl, ändert sich das Ergebnis nicht. Dabei muss die Zahl, durch die geteilt wird, rechts von der Klammer stehen.

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Beispiel: $(-72 + 18) : 9 = -72 : 9 + 18 : 9$
 $= -8 + 2$
 $= -6$

Beispiel: $(-100 - 35) : 5 = -100 : 5 - 35 : 5$
 $= -20 - 7$
 $= -27$

Achtung! Wenn die Klammer rechts vom „:“ steht, gilt das Distributivgesetz nicht! $c : (a+b) \neq c : a + c : b$