

Äquivalenzumformung

Beim Lösen von Gleichungen ist das Ziel, dass die Variable allein auf der einen Seite der Gleichung steht. Dies kann durch Umstellen erreicht werden - man kann eine Gleichung auf beiden Seiten verändern, ohne dass sich den Wert der Gleichung ändert, indem man auf beiden Seiten dasselbe addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert. (*Multiplikation mit 0 ist nicht erlaubt!*).

$$x + 5 = 9 \quad | -5$$

$$x + 5 - 5 = 9 - 5$$

Ein **Äquivalenzstrich** hinter der Gleichung heißt, dass die Rechenoperation, welche dahintersteht, auf beiden Seiten der Gleichung durchgeführt wird.

Addieren und Subtrahieren desselben Terms auf beiden Seiten der Gleichung

Um die Zahl auf der linken Seite (der Seite mit der Variable) der Gleichung aufzulösen, muss die Zahl mit dem gegenteiligen Rechenzeichen eingesetzt werden.

$$x - 3 = 4 \quad | +3$$

$$x - 3 + 3 = 4 + 3$$

$$x = 7$$

Hier stört die -3.
Wenn wir +3 rechnen, wird die -3 auf der linken Seite der Gleichung aufgehoben und fällt weg.

$$4 + x = 9 \quad | -4$$

$$4 - 4 + x = 9 - 4$$

$$x = 5$$

Hier stört uns die +4.
Wenn wir -4 rechnen, wird das +4 auf der linken Seite der Gleichung aufgehoben und fällt weg.

Multiplizieren und Dividieren durch dieselbe Zahl (außer 0) auf beiden Seiten der Gleichung

$$x \cdot 2 = 6 \quad | :2$$

$$(x \cdot 2) : 2 = 6 : 2$$

$$x = 3$$

Hier stört die 2. Wenn wir auf beiden Seiten durch 2 teilen, wird die 2 auf der linken Seite der Gleichung aufgelöst.

$$\frac{x}{3} = 5 \quad | \cdot 3 \rightarrow$$

$$\frac{x}{3} \cdot 3 = 5 \cdot 3$$

$$x = 15$$

Ein Bruch mit einer Äquivalenzumformung kann aufgelöst werden, indem man ihn mit dem Nenner multipliziert.

Mehrere Rechenoperationen

Alles, was um die Gleichungsvariable herumsteht, muss beseitigt werden. Gibt es eine Mischung aus mehreren Rechenoperationen, müssen diese nacheinander ausgeführt werden. Wichtig ist, dass die Umformungen in der richtigen Reihenfolge durchgeführt werden: man löst zunächst die Strichrechnungen (+ oder -) weg, und anschließend die Punktrechnungen (· oder :).

$$3x + 4 = 10 \quad | -4$$

$$3x + 4 - 4 = 10 - 4$$

$$3x = 6 \quad | :3$$

$$3x : 3 = 6 : 3$$

$$x = 2$$

Probe: Der Wert 2 für x wird nun einfach in die Gleichung eingesetzt:

$$3 \cdot 2 + 4 = 10$$

$$10 = 10 \rightarrow \text{Aussage (wahr)}$$

$$\sqsubset = \{2\} \rightarrow \text{Lösungsmenge}$$

Die Äquivalenzumformung machst du solange, bis x allein auf einer Seite steht.