

Quadratzahlen

Multipliziert man eine natürliche Zahl mit sich selbst erhält man eine **Quadratzahl**.
Die Rechenoperation heißt **Quadrieren**.

$$a \cdot a = a^2$$

Wir sagen „a hoch zwei“, „a zum Quadrat“ oder kurz „a Quadrat“.

Quadratzahlen sind also Potenzen mit dem Exponenten 2 und einer natürlichen Zahl als Basis.
Anstatt $1 \cdot 1$, $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$, $4 \cdot 4$ usw., schreibt man kürzer 1^2 , 2^2 , 3^2 , 4^2 , usw.

Exponent ↘
↙ **Basis**

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$$

„acht hoch zwei“ oder „acht Quadrat ergibt 64“ oder „64 ist acht zum Quadrat“

Quadratzahlen des kleinen Einmaleins

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

Merke:

- Das Quadrat jeder natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl.
- Das Quadrat von 0 ist 0.
- Das Quadrat jeder Zahl ungleich 0 ist immer positiv.

Multipliziert man zwei negative ganze Zahlen miteinander, so ist das Ergebnis positiv.

$$5 \cdot 5 = 5^2 = 25$$

$$(-3) \cdot (-3) = (-3)^2 = 9$$

Tipp: Man kann die Zahlen, die keine Quadratzahlen sind, ganz einfach erkennen. Es gibt keine Quadratzahl, die auf 2, 3, 7 oder 8 endet. Die letzte Stelle einer Quadratzahl ist immer eine 1, 4, 5, 6, 9 (aber nicht alle Zahlen, die mit 1, 4, 5, 6 und 9 enden, sind Quadratzahlen). Damit kann man in vielen Fällen schnell ausschließen, dass eine Zahl eine Quadratzahl ist.

Quadrieren von Dezimalzahlen

Die Quadrate der natürlichen Zahlen nennt man Quadratzahlen, es können aber auch Quadrate von beliebigen ganzen oder rationalen Zahlen gebildet werden.

$$0,2^2 = 0,04$$

$$0,3^2 = 0,09$$

$$0,4^2 = 0,16$$

$$(-0,5)^2 = 0,25$$

Quadratzahlen

Quadrieren von Produkten

Multipliziert man die Quadrate zweier Zahlen, so erhält man das gleiche Ergebnis wie beim Quadrieren des Produktes der beiden Zahlen.

$$a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$$

Beispiel: $4^2 \cdot 5^2 = 16 \cdot 25 = 400$
 $(4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400$

Quadrieren von Quotienten

Dividiert man die Quadrate zweier Zahlen, so erhält man das gleiche Ergebnis wie beim Quadrieren des Quotienten der beiden Zahlen.

$$a^2 : b^2 = (a : b)^2$$

Beispiel: $24^2 : 6^2 = 576 : 36 = 16$
 $(24 : 6)^2 = 4^2 = 16$

Quadrieren von Summen

Merke: $a^2 + b^2 \neq (a + b)^2$

sondern:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

die erste binomische Formel

Quadrieren von Differenzen

Merke: $a^2 - b^2 \neq (a - b)^2$

sondern:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

die zweite binomische Formel

Diese Formeln bieten auch Hilfe beim Kopfrechnen. Das Quadrat einer beliebigen Zahl zwischen 10 und 100 lässt sich oft einfach mit der binomischen Formel bestimmen, indem man die Zahl als Summe/Differenz einfacherer Zahlen (Vielfache von 10 oder einstellige Zahlen) darstellt.

Beispiel:

$$27^2 = (20 + 7)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 7 + 7^2 = 400 + 280 + 49 = 729$$

oder

$$27^2 = (30 - 3)^2 = 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 3 + 3^2 = 900 - 180 + 9 = 729$$