

Potenzrechengesetze

Potenzen addieren oder subtrahieren

Wir können nur gleiche Potenzen addieren und subtrahieren (**wenn sowohl Basis als auch Exponent gleich sind**). Dazu werden die **Koeffizienten** einfach addiert (Distributivgesetz), während der restliche Teil unverändert bleibt.

$$a^n + a^n = 2a^n$$

Beispiel:

$$x^4 + x^4 = 1x^4 + 1x^4 = (1 + 1)x^4 = 2x^4$$

$$5x^3 - x^3 + 4x^4 + 2x^4 = (5 - 1)x^3 + (4 + 2)x^4 = 4x^3 + 6x^4$$

$$5x^{-3} + 3x^{-3} = (5 + 3)x^{-3} = 8x^{-3}$$

$$7 \cdot 5^4 - 3 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^4 = (7 - 3 + 2) \cdot 5^4 = 6 \cdot 5^4$$

Potenzen multiplizieren und dividieren

Merke: Bei der Multiplikation oder Division von Potenzen muss man immer auf die Exponenten und die Basen achten - sind beide unterschiedlich, kann man weder Multiplikation noch Division durchführen!

Gleiche Basis

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis beibehält.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Beispiel:

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$$

$$5^3 \cdot 5^7 = 5^{3+7} = 5^{10}$$

Potenzen mit gleicher Basis dividiert man, indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält.

$$a^n : a^m = a^{n-m}, \text{ mit } a \neq 0$$

Beispiel:

$$a^2 : a^4 = a^{2-4} = a^{-2}$$

$$5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4$$

Gleicher Exponent

Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man die Basen miteinander multipliziert und den Exponenten beibehält.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Beispiel:

$$a^3 \cdot b^3 = (a \cdot b)^3$$

$$2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$$

Potenzen mit gleichen Exponenten dividiert man, indem man die Basen dividiert und den Exponenten beibehält.

$$a^n : b^n = (a : b)^n, \text{ mit } b \neq 0$$

Beispiel:

$$20^3 : 5^3 = (20 : 5)^3 = 4^3$$

$$21^2 : 3^2 = (21 : 3)^2 = 7^2$$

Potenzieren von Potenzen:

Potenzen potenziert man, indem man die Basis mit dem **Produkt der Exponenten** potenziert:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Beispiel:

$$(a^4)^3 = a^{4 \cdot 3} = a^{12}$$

$$(10^{-4})^6 = 10^{(-4) \cdot 6} = 10^{-24}$$

$$(-z^5)^2 = (-z)^{5 \cdot 2} = (-z)^{10}$$

$$(5^2)^{-7} = 5^{2 \cdot (-7)} = 5^{-14}$$

$$[(-3)^2]^3 = (-3)^{2 \cdot 3} = (-3)^6$$

$$[(x \cdot y)^3]^5 = (xy)^{3 \cdot 5} = (xy)^{15}$$